

Publicaciones URF

Documento Técnico

Reglas de asignación por defecto en multifondos

Unidad de Regulación Financiera, Carrera 8 No. 6C - 38, Bogotá D.C., Colombia

Resumen

El presente documento contiene justificaciones técnicas sobre la necesidad de reglamentar el esquema de asignación por defecto descrito en el artículo 137 de la Ley 1753 de 2015. La propuesta contenida en el documento busca mejorar el saldo de la cuenta de ahorro individual (CAI) llevando a los cotizantes del sistema pensional a invertir una proporción de sus recursos en activos que cuenten con un retorno esperado más elevado, concretamente durante el inicio o las etapas tempranas de su vinculación al mercado laboral y al régimen de ahorro individual.

En la actualidad se observa que la asignación por defecto de los afiliados no se ajusta necesariamente a su perfil de riesgo o las expectativas de ahorro durante la fase de acumulación del ahorro pensional. Una revisión de los estándares regionales, destaca que la asignación depende de la edad del cotizante y pretende que durante la fase de acumulación temprana (aproximadamente hasta los 35 años) la exposición a activos de renta variable sea mayor, teniendo en cuenta las características de retorno y riesgo que ofrecen este tipo de activos.

El documento realiza un análisis del esquema de asignación por defecto que actualmente se encuentra vigente en el país y propone un nuevo esquema, el cual tiene como finalidad mejorar los ahorros de los cotizantes del esquema pensional en el país y, en el largo plazo, aumentar la tasa de remplazo. La propuesta contempla dentro de las variables claves: la relación rentabilidad y riesgo de los activos, la edad y el género del afiliado.

1. Introducción

La Ley 1328 de 2009 dispuso que los trabajadores colombianos tuvieran la posibilidad de elegir libremente uno entre tres tipos de fondos en la etapa de acumulación: i) Fondo Conservador ii) Fondo Moderado y iii) Fondo de Mayor riesgo. La implementación de este esquema de multifondos permitió a los afiliados elegir el tipo de fondo de inversión que se adecúe con sus preferencias de retorno y riesgo. Adicionalmente, para aquellos afiliados que no escogieran un fondo de pensiones, esta Ley facultó al Gobierno Nacional para establecer un esquema de asignación por defecto al Fondo Moderado o al Fondo Conservador. La exclusión del Fondo de Mayor Riesgo, en la asignación por defecto, limitó que las inversiones se ajustaran al perfil de cada afiliado de acuerdo con sus características de ahorro, riesgo y retorno, elementos que tiene un impacto directo en la mesada que percibirán durante su fase de retiro.

Por esta razón, el Plan Nacional de Desarrollo 2014-2018 (Ley 1753 de 2015) modificó esta norma y dispuso que el Gobierno debe establecer reglas para la asignación por defecto que tengan en cuenta la edad y el género del afiliado, en búsqueda de mantener un balance adecuado entre rentabilidad y riesgo. Además, esta modificación que realizó el artículo 137 de la Ley 1753 de 2015 permite que el esquema de asignación por defecto incluya cualquier combinación entre los tres fondos para alcanzar el objetivo de mayores tasas de reemplazo en el largo plazo por medio del uso del sistema multifondos.

El presente documento describe la propuesta para reglamentar el esquema de asignación por defecto descrito en el artículo 137 de la Ley 1753 de 2015. Para el desarrollo de la propuesta se realizan simulaciones de seis alternativas de composición de fondos estructuradas con base en la teoría de inversión del ciclo de vida, específicamente en la regla “100 – edad”¹ y en la experiencia regional. De los resultados de las simulaciones se analizaron las mejores alternativas teniendo en cuenta la rentabilidad, el riesgo, la razón de *sharpe*, y la utilidad del afiliado. Del análisis de las simulaciones se concluyó que: 1) el esquema actual de asignación por defecto en Colombia es el menos eficiente en términos de la razón de *Sharpe* y de la utilidad del afiliado y 2) la propuesta normativa consiste en que cuando una persona no elija un fondo, sus aportes se distribuyan entre el fondo de mayor riesgo y el fondo moderado en 60% y 40%, respectivamente, hasta una edad de 45 años, seguido por la convergencia al fondo moderado; posterior a esto, los recursos seguirán en el fondo moderado hasta que se cumpla la edad de iniciar la convergencia al fondo conservador.

Además de esta introducción, el documento está dividido en seis secciones. La segunda muestra una descripción del esquema de asignación por defecto en Colombia. La tercera hace una revisión de la experiencia de la región sobre esquemas de multifondos y la asignación por defecto. La cuarta describe la metodología para establecer la propuesta para un nuevo esquema de asignación por defecto en Colombia. La quinta presenta los resultados obtenidos de la metodología. La sexta muestra la propuesta normativa. Finalmente, la séptima expone el impacto de la propuesta en los mercados financieros.

¹ La regla 100 – edad consiste en definir un patrón de inversión que incremente la participación en activos de renta variable a medida que la persona se encuentre alejado de su edad de jubilación.

2. Asignación por defecto del sistema de multifondos en Colombia.

Con la entrada en vigencia de la Ley 1328 de 2009, se dispuso que los trabajadores colombianos tuvieran la posibilidad de elegir libremente uno entre tres tipos de fondos en la etapa de acumulación: i) Fondo Conservador ii) Fondo Moderado y iii) Fondo de Mayor Riesgo.

Definición de los tipos de fondos que existen en Colombia.

- Fondo Conservador (FC): Dirigido a personas con baja tolerancia al riesgo. Su prioridad es la preservación del capital acumulado, dado que está dirigido a personas que se encuentran cercanas a la edad proyectada para pensionarse y que prefieren obtener un menor rendimiento, que preocuparse por una posible pérdida. En este sentido, este fondo permite una inversión de hasta el 20% de su valor, en activos de renta variable (RV).
- Fondo Moderado (FM): Dirigido a personas de riesgo moderado que están dispuestas a tolerar caídas discretas en el capital acumulado como consecuencia del riesgo asumido, con el fin de buscar, en el largo plazo, una mayor rentabilidad que la del FC. El FM permite una inversión de hasta el 45% de su valor, en activos de RV.
- Fondo de Mayor Riesgo (FMR): Dirigido a personas con una alta tolerancia al riesgo, que se encuentran lejos de la edad proyectada para pensionarse y están dispuestas a asumir una mayor volatilidad en los rendimientos que pueda afectar de manera importante el capital acumulado como consecuencia del riesgo asumido, con el fin de buscar, en el largo plazo, una mayor rentabilidad que la del FM. Por esta razón, el FMR permite una inversión de hasta el 70% de su valor, en activos de RV.

No elección del tipo de fondo.

En el inciso segundo del literal c) del artículo 60 de la Ley 100 de 1993, modificado por la Ley 1328 de 2009, se determinó que el Gobierno Nacional definiría las reglas de asignación al fondo moderado o conservador, para los afiliados que no seleccionaran el fondo de pensiones dentro de los términos definidos por las normas que regulan la materia. En tal sentido, no existe ninguna obligación para el afiliado de seleccionar un fondo para los aportes de su cuenta de ahorro individual.

El esquema de multifondos fue reglamentado mediante el Decreto 2373 de 2010², el cual dispuso que la asignación por defecto sería al fondo moderado, tanto para hombres como para mujeres, hasta que cumplieran una edad cinco años inferiores a la edad de pensión (57 años mujeres y 62 años hombres); al cumplir estas edades los recursos se trasladarían al fondo conservador de manera gradual (20% anual).

² El Decreto 2373 de 2010 fue incorporado en el Decreto 2555 de 2010.

Posteriormente, el literal c) del artículo 60 de la 100 de la Ley 100 de 1993, fue modificado por el artículo 137 de Ley 1753 de 2015, y dispuso lo siguiente:

“En todo caso, dentro del esquema de multifondos, el Gobierno Nacional definirá unas reglas de asignación para aquellos afiliados que no escojan el fondo de pensiones dentro de los tiempos definidos por las normas respectivas, reglas de asignación que tendrán en cuenta la edad y el género del afiliado. Todas las asignaciones a que se refiere el presente artículo serán informadas al afiliado.

(...)”

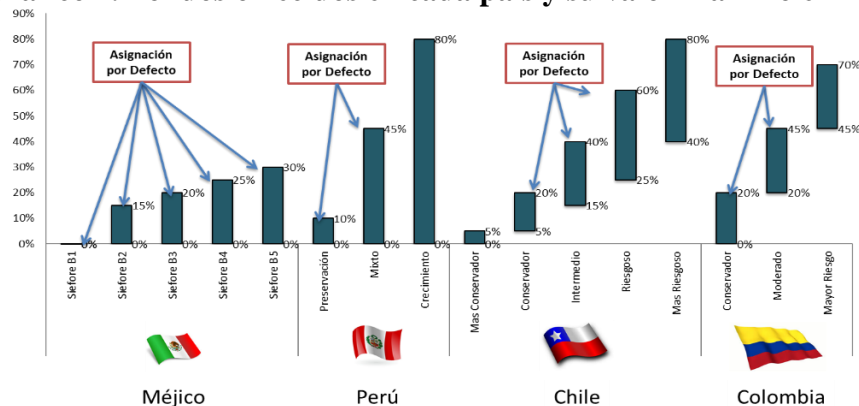
La modificación que realizó el artículo 137 de la Ley 1753 de 2015, respecto a la asignación por defecto, permite que dicho esquema incluya cualquier combinación entre los tres fondos, de tal manera, que se puedan alcanzar mayores tasas de reemplazo en el largo plazo por medio del uso del sistema multifondos. Actualmente, solo se permite la asignación a los fondos moderado y conservador, lo que limita el potencial crecimiento del ahorro pensional, especialmente para aquellos afiliados jóvenes que empiezan a ahorrar y cuyo horizonte de ahorro es mayor a 25 años. La propuesta busca que al igual que en países con sistemas de pensiones de capitalización similares al RAIS, se admita que la asignación por defecto dependa de la edad del afiliado, buscando a su vez una mayor tasa de reemplazo al momento de obtener la pensión.

3. Experiencia Regional.

La revisión de la experiencia internacional tuvo como objetivos: i) conocer los sistemas de multifondos que se aplican en los países de la región, ii) conocer los esquemas de asignación por defecto en dichos sistemas, y iii) analizar qué experiencias podrían servir como referentes para el nuevo esquema en Colombia.

Al revisar la experiencia de Chile, Perú y México se encontró que no solo ofrecen sistemas multifondos, sino que, además cuentan con asignaciones a dichos fondos por defecto para aquellos afiliados que no realizan elección alguna, de acuerdo con su edad y género.

Gráfico 1. Fondos ofrecidos en cada país y su valor máximo en RV



Fuente: FIAP (2010). Elaboración: URF

El gráfico 1 muestra los esquemas de multifondos en estos países con el rango de participación en activos de RV. De este gráfico se puede concluir que el sistema colombiano se asemeja al de los fondos conservador, intermedio y riesgoso de Chile, en cuanto a que tiene límites superiores e inferiores para la RV y los límites superiores son similares.

Además, se concluye que los sistemas peruano, chileno y colombiano son más tolerantes a la inversión en RV que el sistema mexicano, en el cual, la participación máxima de RV es del 30% en el siefore B5. Esta diferencia respecto a las demás jurisdicciones estudiadas genera que se excluya este sistema como posible referente para la asignación por defecto en Colombia, ya que menor exposición a la RV repercute en la tasa de reemplazo en el largo plazo.

Con el ánimo de comparar los esquemas entre Colombia, Chile y Perú, se equipararon los fondos de Chile, Perú y Colombia de acuerdo a la tabla 1.

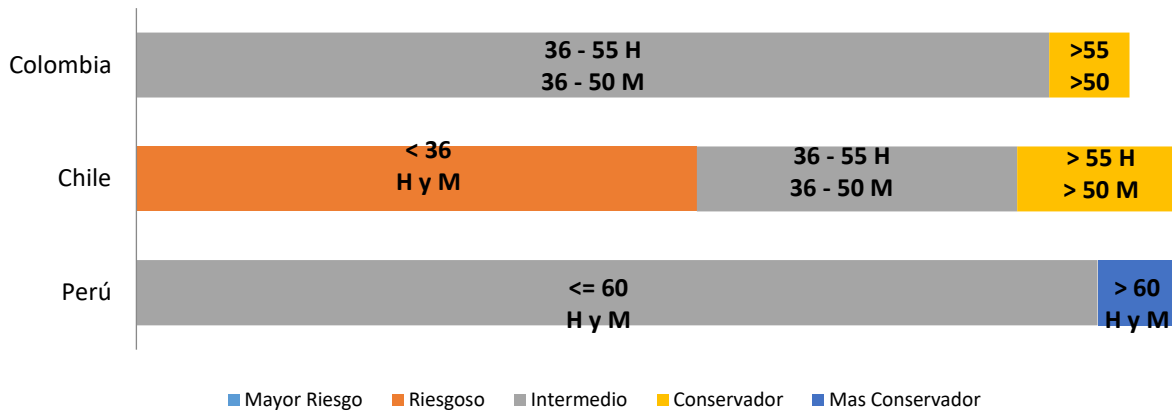
Tabla 1. Fondos con características similares entre Chile, Colombia y Perú.

Chile	Más Conservador	Conservador	Intermedio	Riesgoso	Más Riesgoso
Colombia	-	Conservador (FC)	Moderado (FM)	Mayor Riesgo (FMR)	-
Perú	Preservación	-	Mixto	-	Crecimiento

Los esquemas de asignación por defecto en cada uno de estos países se muestran en el gráfico 2, teniendo en cuenta la nomenclatura utilizada en Chile (expuesta en la tabla 1). En dicho gráfico se observa que en Colombia los hombres y mujeres se asignan al FM hasta cumplir una edad cinco años inferiores a la edad de pensión, al cumplir estas edades, los recursos se trasladan al FC.

En Chile tanto hombres como mujeres con hasta 35 años de edad son asignados al fondo Riesgoso, mientras que los hombres con edades entre 36 a 55 años y las mujeres con edades entre de 36 a 50 años están en el fondo Intermedio. Finalmente, los hombres mayores de 56 años y mujeres mayores de 51 hacen parte del fondo Conservador.

En Perú tanto hombres como mujeres, menores de 60 años de edad se asignan al fondo tipo mixto, y los mayores de 60 años se asignan al fondo de preservación.

Gráfico 2. Asignaciones por defecto en Hombres (H) y Mujeres (M).

Fuente: FIAP (2010). Elaboración: URF

Tanto en Colombia como en Chile, en el momento de cumplir las edades descritas, el traslado de los recursos se realiza de manera gradual (20% cada año), hasta completar el traspaso de la totalidad de los recursos.

Como muestra el gráfico 2, el caso peruano guarda ciertas similitudes con la experiencia colombiana, sin embargo, presenta limitaciones respecto del balance entre rentabilidad y riesgo a lo largo de la vida del afiliado. El esquema de asignación por defecto en Perú permite una exposición a activos de RV similar al caso colombiano³, situación que dificulta aumentar la tasa de reemplazo para el afiliado. Adicionalmente, su esquema no cuenta con diferenciación por género. Estas características impiden que este referente sea considerado para desarrollar la propuesta del nuevo esquema de asignación por defecto para Colombia.

En cuanto al caso chileno, se consideró que puede servir de referente para el esquema de asignación por defecto colombiano, toda vez que involucra el fondo riesgoso, el intermedio y el conservador, se ajusta a criterios de edad y género de los afiliados y cuenta con un potencial mayor retorno, dada su exposición en RV.

4. Metodología

Esta sección describe la forma como se estableció la mejor opción para el nuevo esquema de asignación por defecto. Se plantearon distintas propuestas para el nuevo esquema de asignación por defecto y mediante simulaciones se encontró el valor esperado de los posibles saldos de la cuenta de ahorro individual (CAI) de 16 afiliados representativos⁴, en el periodo cuya edad correspondiera a la de pensión⁵, así como la desviación de dichos saldos; con estos valores se calcularon unos criterios para evaluar la mejora alternativa. Este proceso se realizó en 4 pasos:

³ De hecho, el Fondo Conservador permite un 10% más de participación de RV frente al Fondo de Preservación peruano.

⁴ Ver subsección 4 ii.

⁵ 57 años mujeres y 62 años hombres

- i. **Opciones para el caso colombiano:** Se seleccionó un subconjunto de opciones para el nuevo esquema asignación por defecto.
- ii. **Simulación de cotizaciones:** Se definió la carrera salarial de cada afiliado representativo para cada uno de los años que cotiza en el sistema y la densidad anual con que realiza las cotizaciones, y con base en estas, se simularon 10.000 posibles cotizaciones para cada edad, género y decil de ingresos.
- iii. **Simulación de retornos financieros:** Se definió la composición de activos de cada fondo de pensiones y los parámetros de retorno de los mismos, y con esto, se simularon 10.000 posibles retornos de dichos portafolios para cada edad, género y decil de ingreso.
- iv. **Simulación del monto de la CAI y cálculo de criterios:** Finalmente, con los valores obtenidos se simularon los 10.000 posibles montos de la CAI para cada género y decil de ingresos, y se evaluó la mejor alternativa teniendo en cuenta el valor de la CAI al final del ciclo de cotización y los siguientes criterios: razón de *sharpe* (RS), utilidad del afiliado (U) y retorno esperado como proporción del riesgo (CD).

A continuación se presenta en detalle cada uno de estos pasos.

i. Opciones para el Caso Colombiano

Producto del estudio de la experiencia regional y la teoría del ciclo de vida, se plantearon 6 opciones para el nuevo esquema de asignación por defecto en Colombia. Las primeras 3 opciones proponen equiparar el esquema colombiano con el chileno en porcentaje de exposición a la RV, variando el tiempo de exposición; la opción 4 sigue la regla “RV=100-Edad”; y las opciones 5 y 6 buscan maximizar la exposición a activos de RV. Todas las propuestas aumentan el porcentaje de recursos en el FMR, con el objetivo de aumentar la tasa de reemplazo. La tabla 2 presenta un resumen de las opciones evaluadas:

Tabla 2. Opciones para el nuevo esquema de asignación por defecto por porcentaje de recursos en el Fondo de Mayor Riesgo.

% Fondo Mayor Riesgo	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4	Opción 5	Opción 6
25 años	60%	60%	60%	100%	100%	100%
30 años	60%	60%	60%	80%	100%	100%
35 años	60%	60%	60%	60%	100%	100%
40 años	0%	60%	60%	40%	0%	100%
45 años	0%	0%	60%	20%	0%	0%
> 50 Años	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Convergencia	Durante 5 años	Durante 5 años	Durante 5 años	Cada año de corte	Durante 5 años	Durante 5 años

Las propuestas plantean un régimen de convergencia gradual al FM, trasladando un 20% de los recursos cada año, hasta que el 100% de los mismos se encuentre en el FM, con excepción de la opción 4 en donde se convergirá cada 5 años un 20% al FM. Adicionalmente, todas las propuestas respetan el régimen de convergencia al FC que actualmente existe.

A continuación, se explica en detalle cómo se formuló cada una de estas propuestas y las razones para evaluarlas.

Equiparar la exposición en RV al caso chileno.

Como se expuso en la sección 3, la experiencia chilena puede ser un referente para desarrollar el nuevo esquema colombiano. Por esta razón, se planteó como opción distribuir los recursos entre el FMR y el FM, de manera que, la combinación de los límites máximos de cada fondo (70% y 45% respectivamente) permita una exposición máxima del 60% a la RV como en el caso chileno.

Para lograr esto, se necesita que el 60% de los recursos se destinen al FMR y el 40% restante al FM⁶.

El tiempo de exposición a la RV en el esquema chileno es solo hasta los 35 años, lo que puede limitar la tasa de reemplazo. Para evaluar cómo afecta el tiempo de exposición a la rentabilidad y el riesgo, las 3 primeras opciones plantean una distribución del 60% al FMR y del 40% al FM hasta los 35, 40 y 45 años. Las opciones son las siguientes y se resumen en el gráfico 3:

⁶ Para equiparar el caso colombiano con el chileno, en cuanto al porcentaje de exposición a la RV, se requiere resolver la siguiente ecuación:

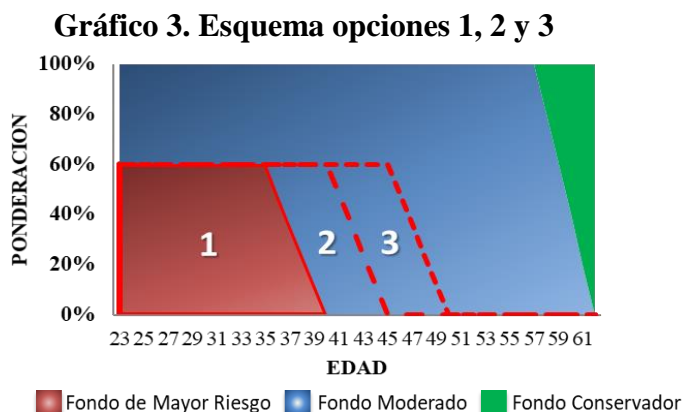
$$\alpha(0.7) + (1 - \alpha)(0.45) = 0.6$$

Donde α es el porcentaje que se debe destinar al FMR que tiene 0.7 de exposición máxima a la RV, y $(1 - \alpha)$ es el porcentaje que se debe destinar al FM que tiene exposición máxima de 0.45 a la RV. El valor de α que iguala la exposición a 0.6 como en el caso chileno es de $\alpha = 60\%$.

Opción 1: 60% de los recursos al FMR y 40% al FM hasta los 35 años.

Opción 2: 60% de los recursos al FMR y 40% al FM hasta los 40 años.

Opción 3: 60% de los recursos al FMR y 40% al FM hasta los 45 años.



Elaboración: URF

Propuestas desde la teoría de inversión en el ciclo de vida.

La teoría de la inversión en el ciclo de vida señala que los inversores pasan por varias fases en su vida, cada una de ellas con sus metas propias y preferencias en cuanto a las asignaciones de la inversión en activos de RV y activos de renta fija (RF). Desde esta perspectiva, a medida que se va acercando la edad de pensión, los portafolios deberían tener una proporción decreciente de activos de RV (asociada a un mayor riesgo) y una proporción creciente de activos de RF (asociada a un menor riesgo). Con ello se busca elevar el potencial de rentabilidad por una mayor exposición a activos de RV durante los primeros años laborales, mientras se limitan las pérdidas potenciales debidas a las fluctuaciones de los mercados cerca a la edad de pensión.

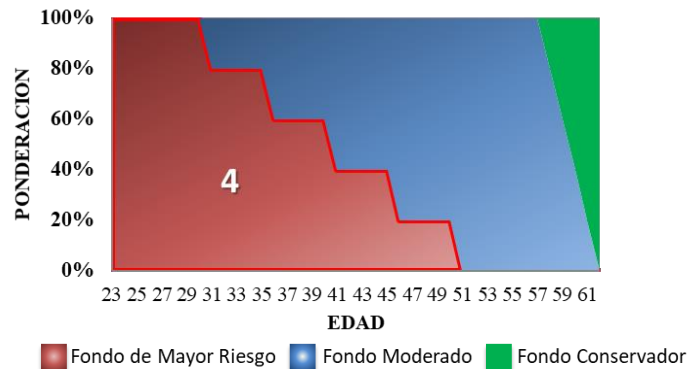
Una regla sencilla que permite la aplicación de la teoría de la inversión en el ciclo de vida es la regla de “100 menos la edad”, por la cual el porcentaje invertido en RV debería ser igual a 100 menos la edad de la persona. Así, una persona de 20 años debería tener 80% en RV y 20% en RF, mientras que alguien de 50 años debería tener RV y RF en partes iguales.

Para poder aplicar la regla “100 menos la edad” se debe distribuir los recursos entre el FMR y el FM, de manera que, la combinación de los límites máximos de cada fondo (70% y 45% respectivamente) permita una exposición máxima que cumpla con esta regla. Sin embargo, operativamente es complejo que el límite siempre se cumpla, por lo cual, se planteó que se iniciaría con la totalidad de los recursos en el FMR hasta los 30 años, para que se alcance el límite máximo del 70% de exposición a la RV ($100 - 30 \text{ años} = 70$), y posteriormente el límite se actualizaría cada 5 años⁷. La opción 4 es la siguiente y se resume en el gráfico 4:

⁷ La opción planteada busca que la exposición a activos de RV se disminuya cada 5 años hasta llegar a una edad de 55 años, momento en el que la totalidad de recursos aportados harían parte del portafolio moderado. Para esto, se debe resolver la siguiente ecuación:

Opción 4: Aplicar la regla $RV = 100\% - \text{edad}$, asumiendo cambios quinquenales, al esquema de asignación por defecto.

Gráfico 4. Esquema opción 4.



Elaboración: URF

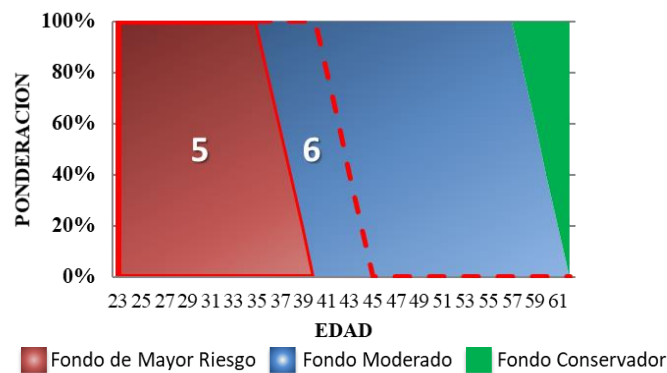
Máxima exposición posible a la RV.

Estas propuestas buscan analizar los efectos de que el esquema de asignación por defecto tenga una mayor exposición a la RV. Estas opciones plantean un mayor retorno, pero de igual forma, un mayor riesgo y por eso resulta relevante evaluar cuál sería el resultado de implementarlas. Las opciones se describen a continuación y se resumen en el gráfico 5:

Opción 5: Invertir 100% en el FMR hasta los 35 años.

Opción 6: Invertir 100% en el FMR hasta los 40 años.

Gráfico 5. Esquema opciones 5 y 6.



Elaboración: URF

$$70\alpha + 45(1 - \alpha) = 100 - edad_{M5}$$

Donde α es el porcentaje que se debe destinar al FMR que tiene 70% de exposición máxima a la RV, y $(1 - \alpha)$ es el porcentaje que se debe destinar al FM que tiene exposición máxima de 45% a la RV, respectivamente y, $edad_{M5}$ son las edades, múltiplos de 5, del afiliado. Al resolver para α , se tiene que para los rangos de edades 0-30, 31-35, 36-40, 41-45, 46-50 y mayor de 50 años, los porcentajes a invertir en el fondo de mayor riesgo son 100%, 80%, 60%, 40%, 20% y 0%, respectivamente.

ii. Simulación de cotizaciones.

Para poder evaluar el impacto de cada una de las opciones en el saldo de la CAI del afiliado al finalizar su etapa de acumulación, es necesario calcular cuáles serán las cotizaciones de los afiliados. Por esto, se realizó una proyección de 1) la carrera salarial del afiliado para cada uno de los años que cotiza en el sistema y 2) la densidad anual con que realiza las cotizaciones en el sistema.

Al respecto, el trabajo de Montenegro, et al (2013) brinda los elementos necesarios para hacer las proyecciones, ya que da a conocer la información de carreras salariales y densidades de cotización para los afiliados al sistema, discriminadas por género, edad y decil de ingreso. Se consideró, para el presente estudio, un rango de edades de 23-62 y 23-57 años para hombres y mujeres, respectivamente, al determinar que los afiliados al sistema regularizan su situación laboral a partir de los 23 años en promedio y finalizan sus aportes al sistema cuando cumplen la edad de pensión, que es 62 y 57 años de edad para hombres y mujeres⁸.

Para utilizar las carreras salariales de Montenegro, et al (2013), es necesario contar con los valores del salario mínimo (SM) inicial y los incrementos anuales del mismo. Para ello, se simuló una senda de posibles incrementos del SM (ΔSM), siguiendo la ecuación 1:

$$\text{Ecuación 1.} \quad \Delta SM_t = \Delta SM_{t-1} + \alpha_{\Delta SM} (E[\Delta SM] - \Delta SM_{t-1}) + \sigma_{\Delta SM} \varepsilon_{\Delta SM}$$

La ecuación 1 es de la forma Ornstein – Uhlenbeck (ver anexo 2) y se caracteriza por ser un proceso de reversión a la media, cuyo valor de reversión o convergencia a la media lo establece $\alpha_{\Delta SM}$, la media del incremento anual es $E[\Delta SM]$, la desviación estándar del incremento anual es $\sigma_{\Delta SM}$, el incremento del SM en el año t es ΔSM_t y $\varepsilon_{\Delta SM}$ es el error, que se distribuye normal con media cero y varianza 1.

Al conocer la senda de incrementos del SM, se calcula la senda del SM y se calcula la senda de cotizaciones de acuerdo con la ecuación 2:

$$\text{Ecuación 2.} \quad Cot_t = SM_t * CSal_t * Den_t * 12$$

Donde, Cot_t , SM_t , $SCal_t$ y Den_t son los valores de cotización, el salario mínimo, la carrera salarial del afiliado (dado en número de SM) y la densidad de cotización en el año t, respectivamente. El 12 corresponde a los meses del año, ya que, el salario está en términos mensuales. En este orden de ideas, la cotización es una variable aleatoria, ya que depende del SM, la carrera salarial y la densidad de cotización, donde la primera es función de ΔSM y esta también es aleatoria, mientras que las dos últimas no lo son.

En resumen, se proyectan 8 sendas de cotización anual para hombres y 8 para mujeres, dependiendo de su nivel de ingreso laboral, en donde la primera senda recoge a los 3 primeros deciles de ingresos que tienen ingresos hasta de 1 salario mínimo, de acuerdo con la

⁸ En el estudio de Montenegro, et al (2013) la edad del afiliado se encuentra entre los rangos 17-65 y 17-60 años para hombres y mujeres, respectivamente.

metodología de Montenegro, et al (2013). Con base en estas sendas, se simularon 10.000 posibles cotizaciones para cada edad, género y decil de ingresos, las cuales se usaron para determinar, en conjunto con la simulación de retornos, el saldo de la CAI al final de la etapa de acumulación.

iii. Simulación de retornos financieros.

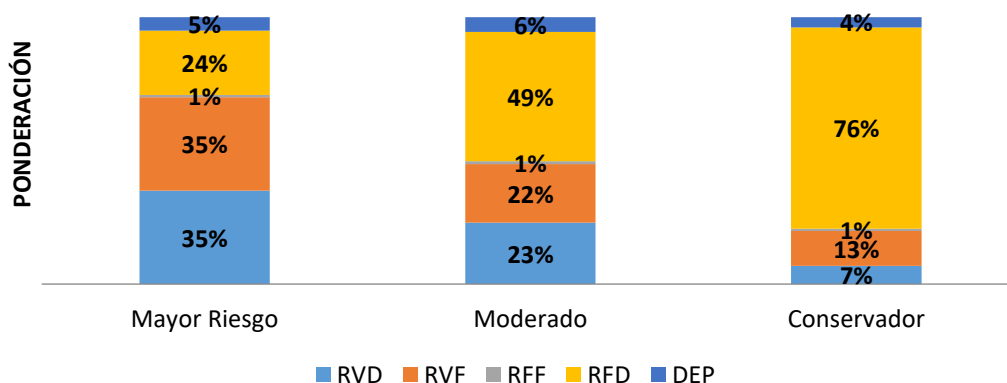
Adicional a la senda de cotizaciones de los afiliados, es necesario desarrollar un modelo financiero que permita conocer el retorno que tendrían los activos en los cuales se invertirían los recursos cotizados. El objetivo del modelo financiero es determinar la proyección de los retornos de los activos financieros para, posteriormente, calcular los retornos del FMR, FM y FC. Para ello: a) se supone una composición de activos estándar de cada uno de los fondos del sistema y b) se proyecta el comportamiento de los retornos de los activos financieros en los que pueden invertir las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP).

a. Estructura de los activos de los fondos de pensiones.

Se identificó la composición de activos que los portafolios han tenido desde el inicio del esquema de multifondos, con base en información de la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC). Se observó que conforme el sistema madura, la ponderación de recursos que se destinan a renta variable foránea ha aumentado y la de renta variable doméstica y RF doméstica ha disminuido, los recursos invertidos en depósitos han sido relativamente constantes (cerca del 5%), y los recursos en RV total se aproximan a los límites superiores permitidos en el régimen de inversiones.

Por esta razón, para el presente estudio se asumió la composición de activos que muestra el gráfico 7 para el FMR, FM y FC, la cual, corresponde a la expectativa de largo plazo.

Gráfico 7. Estructura de los activos de los fondos usada para las simulaciones.



Elaboración: URF

Al tener los retornos de los activos financieros, sus desviaciones y matriz de correlaciones, se puede determinar el retorno de los fondos y su desviación.

b. Comportamiento de los retornos de los activos financieros.

Para efectos del presente estudio, los activos en los cuales pueden invertir las AFP⁹ se agruparon en cinco (5) conjuntos: renta variable doméstica (RVD), renta variable foránea (RVF), renta fija doméstica (RFD), renta fija foránea (RFF) y depósitos (DEP). Se supuso que el retorno de cada grupo de activos se comporta de acuerdo con la dinámica de los índices consignados en la tabla 3. Para obtener estos índices de precios se utilizó como fuente Bloomberg.

Tabla 3. Índices de precios de acuerdo a grupo de activos.

Grupo de activos	Índice(s)
RVD	COLCAP
RVF	MXW0 y MXEF
RFD	IDXTES
RFF	LEGATRUU y EMBI
DEP	DTF

Una vez conocidos los precios de cada conjunto de activos financieros se calculó el valor del retorno anual, móvil mensualmente, la media, la desviación estándar y la matriz de correlación de los mismos. Se utilizaron los parámetros que se muestran en la tabla 4. La media y la desviación se determinaron de acuerdo con las expectativas a futuro¹⁰ y no corresponden con los valores históricos. La velocidad de convergencia para RFD y DEP corresponde al valor encontrado por Herrera y Cárdenas (2013), para RFF al valor encontrado por Eraker (2013), para la inflación y el incremento del salario mínimo se usó el mismo parámetro de convergencia, cuyo valor se obtuvo de acuerdo con el anexo 3.

Tabla 4. Parámetros Utilizados.

Activos	Retorno Esperado (Forward Looking)	Desviación (Forward Looking)	Velocidad Convergencia	Composición del Portafolio FMR	Composición del Portafolio FM	Composición del Portafolio FC
RVF (MXW0+MXEF)	8%	16.5%	-	35%	22%	13.1%
RVD (COLCAP)	10%	18%	-	35%	23%	6.8%
RFD (IDXTES)	6%	8%	0.45	24.1%	48.5%	75.5%
RFF (LEGATRUU + EMBI)	4%	9%	0.19	0.8%	1%	0.8%
DEP (DEP)	3.5%	2%	0.45	5.1%	5.5%	3.8%
INF	3%	1%	0.57	-	-	-
Δ SM	4%	1%	0.57	-	-	-
Retorno Esperado de los Portafolios				7.96%	7.20%	6.42%

Cálculos: URF.

⁹ El régimen de inversiones de las AFP se encuentra en el Título 12 del libro 6 de la parte 2 del Decreto 2555

¹⁰ Los valores fueron determinados por un comité de expertos.

Posteriormente se determinó el proceso para modelar el comportamiento de los retornos de los activos para poder realizar la proyección de éstos, para lo cual se siguió proceso browniano geométrico para los activos de RV y de reversión a la media (Ornstein – Uhlenbeck) para los activos de RF, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Ecuación 3.} & \quad RVF_t = E[RVF] + \sigma_{RVF}\varepsilon_{RVF} \\
 \text{Ecuación 4.} & \quad RVD_t = E[RVD] + \sigma_{RVD}\varepsilon_{RVD} \\
 \text{Ecuación 5.} & \quad RFD_t = RFD_{t-1} + \alpha_{RFD}(E[RFD] - RFD_{t-1}) + \sigma_{RFD}\varepsilon_{RFD} \\
 \text{Ecuación 6.} & \quad RFF_t = RFF_{t-1} + \alpha_{RFF}(E[RFF] - RFF_{t-1}) + \sigma_{RFF}\varepsilon_{RFF} \\
 \text{Ecuación 7.} & \quad DEP_t = DEP_{t-1} + \alpha_{DEP}(E[DEP] - DEP_{t-1}) + \sigma_{DEP}\varepsilon_{DEP}
 \end{aligned}$$

Donde, $E[i]$, α_i , σ_i y ε_i corresponden al retorno esperado, la velocidad de convergencia, la desviación estándar¹¹ y el error de la variable i , respectivamente. Al realizar la proyección de los retornos, se requería que estos conservaran las correlaciones históricas observadas, para lo cual, se procedió a utilizar errores que estuvieran correlacionados, para ello, se utilizó la descomposición de Cholesky sobre la matriz de correlaciones históricas¹², y la matriz triangular inferior de dicha descomposición se multiplicó por los errores independientes, para obtener errores correlacionados (ver anexo 1).

Con estos comportamientos definidos, se simularon 10.000 posibles retornos de cada fondo para cada edad, género y decil de ingreso.

iv. Simulación del monto de la CAI y cálculo de criterios.

Una vez calculados los montos de las cotizaciones y los retornos de cada fondo, se obtuvo las 10.000 simulaciones del valor de la CAI para cada edad, y se procedió a calcular en el periodo cuya edad correspondiera a la de pensión el valor esperado y la desviación estándar de la CAI y las 10.000 tasas internas de retorno (TIR) correspondientes. Con estos valores se procedió a realizar el análisis de eficiencia de cada escenario. Este procedimiento se explica a continuación.

Los retornos de los portafolios en cada t , se calcularon siguiendo la ecuación 8:

$$\text{Ecuación 8.} \quad RP_t^i = \sum_k R_{k,t} W_k^i$$

Donde, RP_t^i es el retorno del portafolio i en el periodo t , $R_{k,t}$ es el retorno del activo k en el periodo t y W_k^i es el porcentaje invertido en el activo k dentro del fondo i ; ($i = MR, M$ y C , $t = 1, 2, \dots, T$ y $k = RVD, RVF, RFD, RFF, DEP$).

Las sendas del valor de la CAI en cada t , se calcularon de acuerdo con la ecuación 9.

¹¹ La varianza de los activos financieros se asumió constante, aunque podría utilizarse un método como el GARCH, que permitiera flexibilizar este supuesto, se consideró que las ganancias en el resultado perseguido no eran significativas al incluir este cambio.

¹² El orden de las variables fue: RVF, RVD, RFD, RFF, DEP, INF y SM.

Ecuación 9.
$$CAI_{t,g}^d = \sum_i \sum_{t=1}^T [CAI_{t-1,g}^d (1 + RP_{t-1}^i) + Cot_{t,g}^d] W_k^i$$

Donde, $CAI_{t,g}^d$ y $Cot_{t,g}^d$ son los valores en la cuenta de ahorro individual y la cotización del afiliado de género g, con decil de ingreso d y en el periodo t, respectivamente.

Con el $CAI_{T,g}^d$ se pudo determinar su valor esperado ($\mu CAI_{g,o}^d$) y desviación estándar ($\sigma CAI_{g,o}^d$), para cada género (g), opción (o) y decil (d) en la edad de pensión; estos valores se compararon con los de la asignación por defecto actual.

Adicionalmente, se procedió a calcular la $\mu TIR_{g,o}^d$ esperada y su desviación $\sigma TIR_{g,o}^d$ para cada género (g), opción (o) y decil (d), para ello, se utilizaron los flujos conformados por los valores cotizados en cada t y el valor la CAI en la edad de pensión. La forma de cálculo de la TIR consistió en resolver para TIR la ecuación 10¹³.

Ecuación 10.
$$CAI_{T,g}^d - \sum_{t=1}^{T-1} Cot_{t,g}^d (1 + TIR)^t = 0$$

Finalmente, con los valores de $\mu CAI_{g,o}^d$, $\sigma CAI_{g,o}^d$, $\mu TIR_{g,o}^d$ y $\sigma TIR_{g,o}^d$, se procedió a determinar la mejor opción, de acuerdo con los siguientes criterios:

1. Ratio de Sharpe (RS).

$$RS_{g,o}^d = \frac{\mu TIR_{g,o}^d}{\sigma TIR_{g,o}^d}$$

2. Utilidad del afiliado (U).

$$U_{g,o}^d = \mu TIR_{g,o}^d - \frac{1}{2} A * \sigma TIR_{g,o}^d{}^2$$

3. Retorno esperado como proporción del riesgo esperado (CD).

$$CD_{g,o}^d = \frac{\mu CAI_{g,o}^d}{\sigma CAI_{g,o}^d}$$

5. Análisis de resultados.

El alcance de esta sección es analizar el impacto de cada opción en el valor de la CAI y determinar de acuerdo con la metodología aplicada cuál es la mejor alternativa entre los escenarios propuestos. Los resultados se resumen en los gráficos 8 a 15 para cada variable ($\mu CAI_{g,o}^d$, $\sigma CAI_{g,o}^d$, $\mu TIR_{g,o}^d$ y $\sigma TIR_{g,o}^d$) y para cada criterio de decisión ($RS_{g,o}^d$, $U_{g,o}^d$, $CD_{g,o}^d$) por propuesta y decil de ingresos¹⁴.

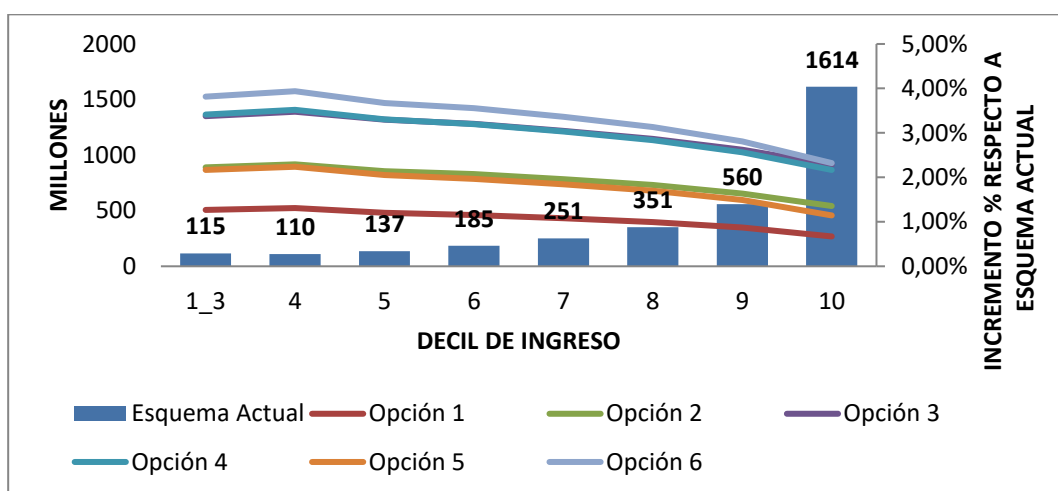
¹³ Para resolver la ecuación 12 se utilizó el método Newton-Raphson.

¹⁴ Los números con los que se realizaron los gráficos se encuentran en el anexo 4.

i. Análisis del valor esperado de cada opción.

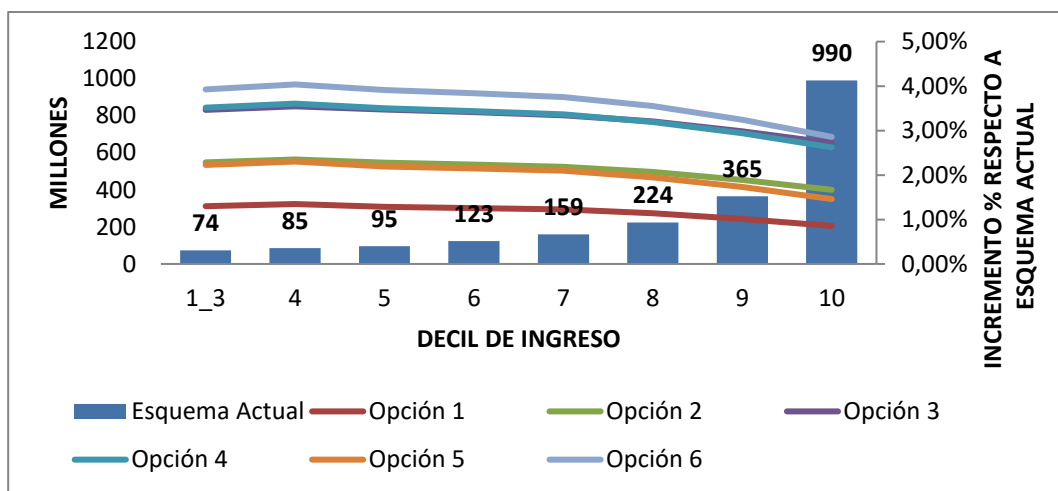
Los resultados en los gráficos 8 y 9 presentan el incremento en el valor esperado de la CAI en cada opción respecto a la asignación por defecto actual, para hombres y mujeres, respectivamente. El valor esperado de la CAI para el esquema actual se muestra en millones de pesos (eje vertical de la izquierda), mientras que el valor para las opciones propuestas se presenta como un incremento porcentual respecto al esquema actual (eje vertical de la derecha).

Gráfico 8. Resultados del valor esperado de la CAI de cada opción, respecto del esquema actual. (Hombres)



Cálculos y elaboración: URF

Gráfico 9. Resultados del valor esperado de la CAI de cada opción, respecto del esquema actual. (Mujeres)



Cálculos y elaboración: URF

Los gráficos 8 y 9 destacan que la opción que mayor valor esperado genera para la CAI es la opción 6, seguida por las alternativas 3 y 4, las cuales son prácticamente indiferentes entre sí, luego las opciones 2, 5 y finalmente la 1. Este resultado es intuitivo, ya que en la medida que la opción evaluada aumente la participación en el FMR, sea en tiempo o en porcentaje, también aumentará el valor esperado de la CAI, toda vez que dicho fondo es intensivo en RV y su retorno es el más elevado.

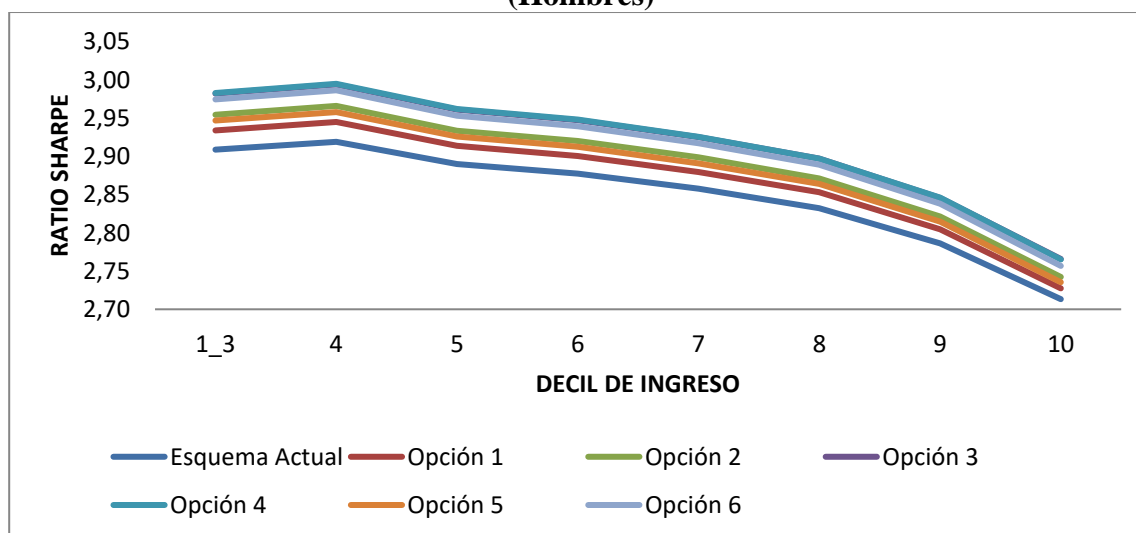
Otro aspecto que señalan los gráficos 8 y 9 es el mayor incremento para los deciles de ingreso más bajo, lo cual significa que cambiar el esquema actual de asignación por defecto beneficia, en mayor medida, a los afiliados con menores ingresos.

Finalmente, se observa que el incremento en el valor de la CAI de las propuestas es moderado (máximo 4,04%). Esto es resultado del supuesto conservador de que la diferencia entre los valores esperados de los retornos del FMR y el FM es de 76 puntos básicos (pb), de acuerdo con la tabla 4 (7.96% y 7.20%, para el FMR y el FM, respectivamente). Si la RV presentara un retorno por encima del escenario conservador el incremento en el valor de la CAI sería aún mayor.

ii. Análisis de los criterios de decisión.

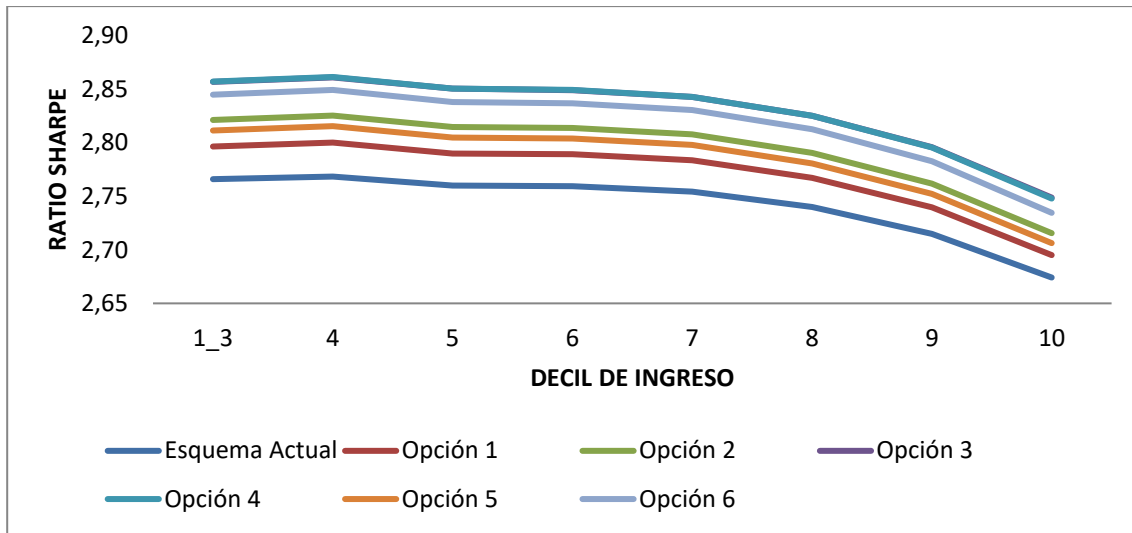
A continuación se analizan los resultados de los diferentes criterios de decisión para hombres y mujeres. Los gráficos 10 y 11 muestran la razón de *Sharpe* (RS), los gráficos 12 y 13 la utilidad del afiliado (U), y los gráficos 14 y 15 el valor esperado dividido entre la desviación estándar (CD).

**Gráfico 10. Resultados de RS de cada Opción.
(Hombres)**



Cálculos y elaboración: URF

**Gráfico 11. Resultados de RS de cada Opción.
(Mujeres)**

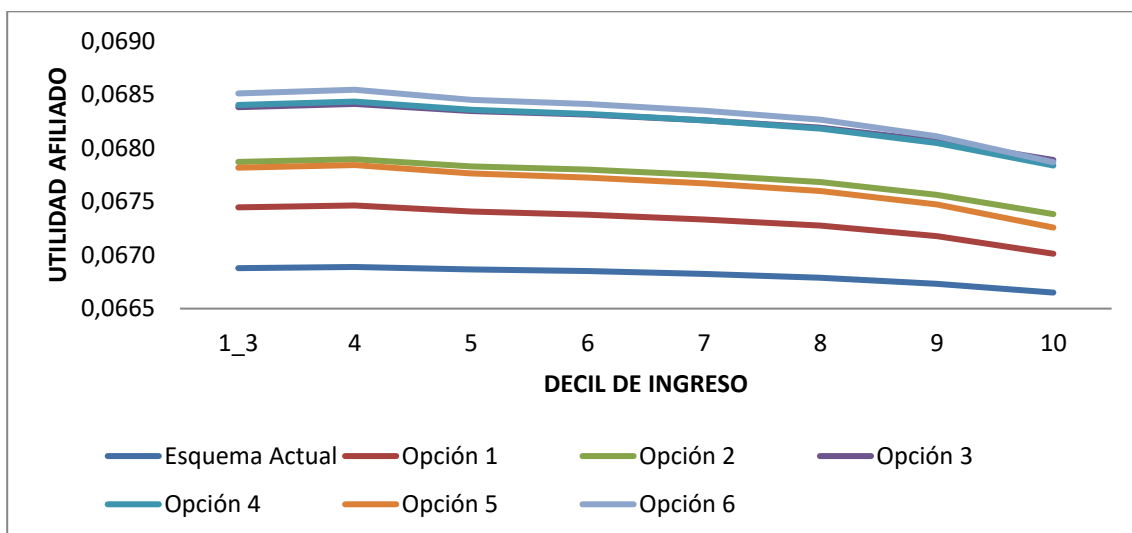


Cálculos y elaboración: URF

En los gráficos 10 y 11, el RS indica indiferencia entre las opciones 3 y 4, las cuales, además, presentaron el mayor valor para el ratio. Adicionalmente, se observa que la asignación por defecto actual es el escenario menos eficiente.

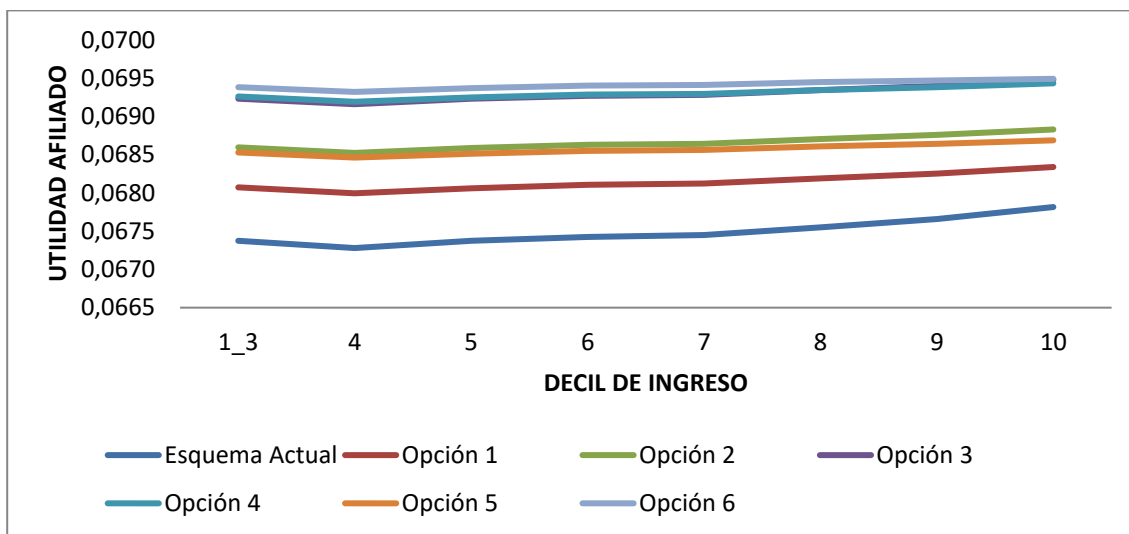
Por su parte, en los gráficos 12 y 13, la utilidad del afiliado indica que las opciones que generan mayor utilidad son la 6, la 3 y la 4, cuyas diferencias son inferiores a 0.001. Al igual que el RS, este indicador muestra que el esquema actual es el de menor utilidad para el afiliado.

**Gráfico 12. Resultados de Utilidad de cada Opción.
(Hombres)**



Cálculos y elaboración: URF

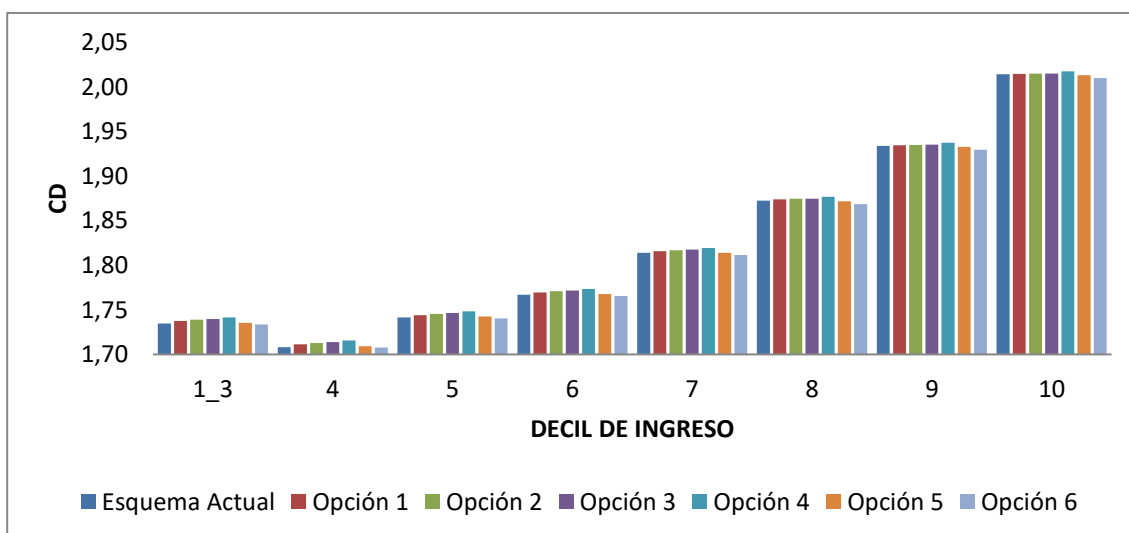
**Gráfico 13. Resultados de Utilidad de cada Opción.
(Mujeres)**



Cálculos y elaboración: URF

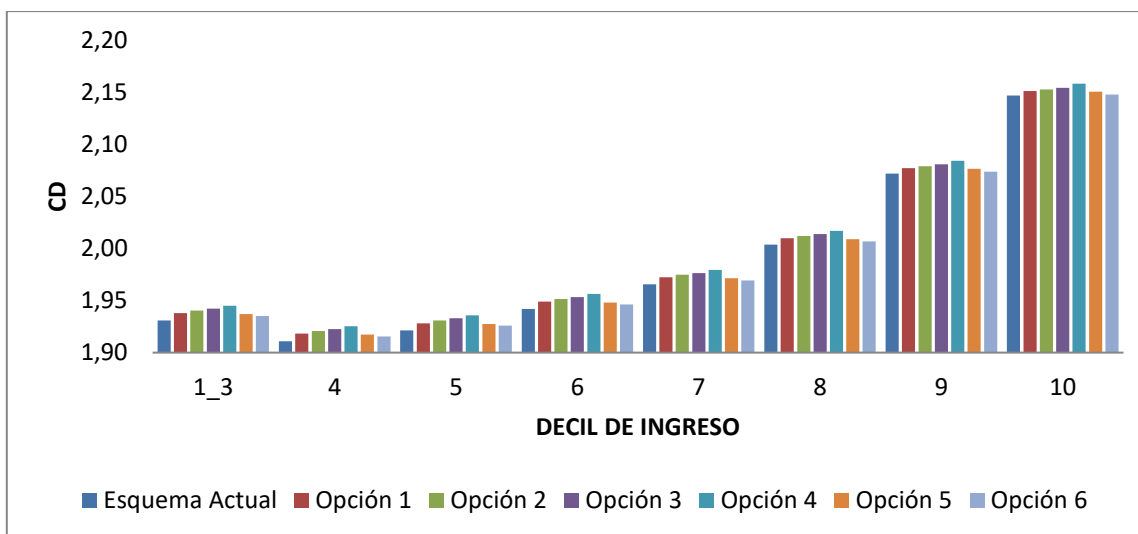
Finalmente, los gráficos 14 y 15 muestran que la razón entre el valor esperado y la desviación estándar del valor de la CAI en la edad de pensión es superior para la opción 4, seguido por la opción 3. Adicionalmente, la asignación por defecto actual representa un menor valor respecto a las opciones 1, 2, 3 y 4 (respecto a las opciones 5 y 6 el resultado es mixto por deciles).

**Gráfico 14. Resultados de CD de cada Opción.
(Hombres)**



Cálculos y elaboración: URF

**Gráfico 15. Resultados de CD de cada Opción.
(Mujeres)**



Cálculos y elaboración: URF

En conclusión, los criterios de decisión calculados indican, que las opciones más eficientes son la 3 y la 4, a excepción del criterio de utilidad en donde prácticamente existe indiferencia con la 6. Para establecer cuál de las opciones debía implementarse se analizó que la opción 3 requería una menor operatividad, ya que la convergencia al fondo moderado inicia en un solo momento, a diferencia de la opción 4. Por esta última razón se determinó que la opción a implementarse sería la 3.

6. Propuesta normativa

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se propone la implementación de la opción 3, la cual consta de equiparar el esquema colombiano de asignación por defecto con el chileno en porcentaje de exposición a la RV, pero con 10 años más en el tiempo de exposición.

Esto se consigue con una distribución de los aportes de los afiliados entre los fondos de mayor riesgo y el fondo moderado igual al 60% y 40%, respectivamente, hasta una edad de 45 años. Una vez cumplida esta edad, cada año los aportes al fondo moderado irán aumentando linealmente hasta que el 100% de los aportes se destinen a este fondo; asimismo, superados los 45 años, los recursos que se encuentren en el fondo de mayor riesgo convergerán al fondo moderado, de forma que se traslade el 20% anual de los recursos hasta que la totalidad de los recursos se encuentren en este último. Estos recursos permanecerán en el fondo moderado hasta que se cumpla la edad de iniciar la convergencia al fondo conservador. Las tablas 4 y 5 presentan un resumen de la propuesta:

Tabla 4. Propuesta Flujo de Aportes

Edad Hombres	Edad Mujeres	Fondo de Mayor Riesgo	Fondo Moderado
< 45	< 45	60%	40%
45	45	48%	52%
46	46	36%	64%
47	47	24%	76%
48	48	12%	88%
49- 56	49- 51	0%	100%

Tabla 5. Propuesta Convergencia al Fondo Moderado

Edad Hombres	Edad Mujeres	Saldo Mínimo Fondo Moderado
< 45	< 45	40%
45	45	52%
46	46	64%
47	47	76%
48	48	88%
49- 56	49- 51	100%

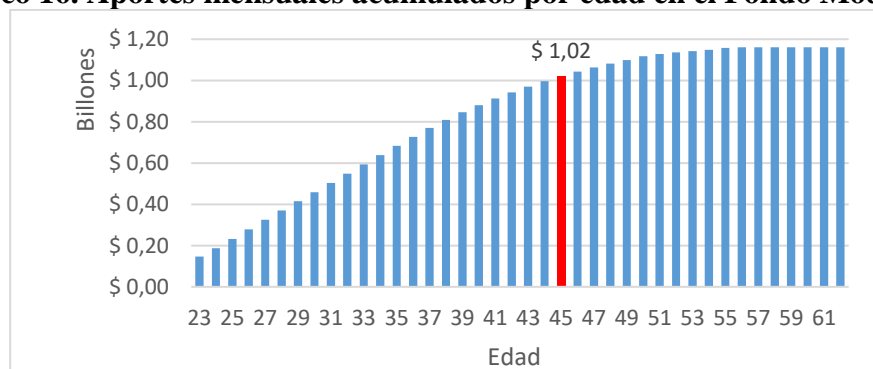
La propuesta contempla los aportes de los afiliados y no los saldos existentes, porque implementar el cambio para los saldos podría generar cambios significativos en el comportamiento del mercado de RF (ver anexo 5). En la siguiente sección se presenta el impacto que genera la implementación de la propuesta normativa en la demanda de los principales activos financieros que conforman los portafolios.

Debe recordarse que, de acuerdo con el último inciso del literal c) del artículo 60 de la Ley 100 de 1993, la Superintendencia Financiera de Colombia exigirá a las AFP el diseño, desarrollo y puesta en marcha de las campañas de educación financiera previsional encaminadas a que los afiliados comprendan los efectos de la aplicación de las medidas relacionadas con el esquema de asignación por defecto.

7. Impacto.

A octubre de 2017, el valor promedio de los aportes mensuales de los afiliados cotizantes en el sistema privado de pensiones ascendió a \$1.55 billones, de los cuales, \$1.16, \$0.02 y \$0.28 billones ingresaron a los fondos moderado, mayor riesgo y conservador; respectivamente. El gráfico 16 muestra los aportes de los afiliados cotizantes al fondo moderado de manera acumulada, por edad, en él se observa que los aportes que realizaron los afiliados con 45 años o menos ascendieron a \$1.02 billones de pesos.

Gráfico 16. Aportes mensuales acumulados por edad en el Fondo Moderado.

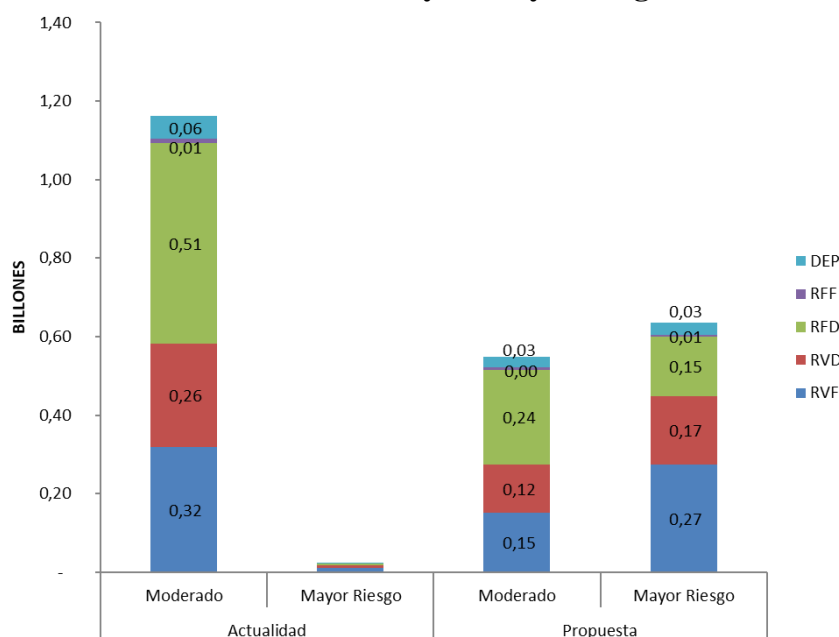


Fuente: SFC, Cálculos: URF

Por lo tanto, para implementar la opción 3 se deberán distribuir los aportes que realizan los afiliados con edades hasta los 45 años que equivalen a \$1.02 billones, \$0.41 billones para el fondo moderado (40%) y \$0.61 billones para el fondo de mayor riesgo (60%). En este sentido, el fondo moderado recibiría en total \$0.55 billones en aportes (\$0.14 billones de los mayores de 45 años y \$0.41 billones de los menores) y el fondo de mayor riesgo recibiría \$0.63 billones (\$0.02 billones de los mayores de 45 años y \$0.61 billones de los menores).

El gráfico 17 muestra el cambio de la distribución de los aportes cuando se implemente la opción 3.

Gráfico 17. Impacto de trasladar el flujo promedio mensual de recursos entre los fondos moderado y de mayor riesgo



Cálculos: URF

Con la nueva distribución de los aportes, se disminuiría el valor que se invierte en el portafolio moderado en los siguientes montos: renta variable foránea en \$0.17 billones, renta variable doméstica en \$0.14 billones, renta fija doméstica en \$0.27 billones y otras inversiones en \$0.04 billones. Por lo tanto, el portafolio de mayor riesgo se incrementaría de la siguiente manera: renta variable foránea en \$0.26 billones, renta variable doméstica en \$0.16 billones, renta fija doméstica en \$0.14 billones y otras inversiones en \$0.04 billones. Lo anterior implica que en el mercado de renta fija doméstica se dejarían de comprar aproximadamente \$1.51 billones anualmente, valor que se destinaría a comprar más activos de renta variable, tanto domésticos como foráneos.

8. Bibliografía

- Eraker, B. (2013). "The Vasicek Model". Wisconsin School of Business.
- Herrera, L.G; Cárdenas, D. (2013). "Modelos de valoración de opciones sobre títulos de renta fija: aplicación al mercado colombiano". Estudios Gerenciales Volume 29, Issue 126.
- Montenegro, S; Jiménez, F; Ramirez, S, Nieto, A; Hurtado, C. (2013). "Distribución de ingresos en el sistema pensional y el impacto de algunas medidas de flexibilización". Documentos CEDE 32, Universidad de los Andes.

9. Anexos.

Anexo 1. Método para Correlacionar los Errores

Sea A, la matriz de correlaciones históricas y ε_t el vector de errores independientes en cada periodo t, por lo tanto, para generar errores correlacionados se procedió de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\text{Cholesky (A)} \quad \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & \dots & l_{n1} \\ 0 & l_{22} & \dots & l_{n2} \\ 0 & 0 & \vdots & l_{n3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* \\ \varepsilon_2^* \\ \varepsilon_3^* \\ \vdots \\ \varepsilon_n^* \end{bmatrix}$$

Donde, ε_i^* corresponde al error correlacionado.

Anexo 2. Estimación de Parámetros Proceso Ornstein-Uhlenbeck.

La ecuación diferencial estocástica de un proceso de Ornstein-Uhlenbeck es:

$$dS_t = \lambda(\mu - S_t)dt + \sigma dW_t$$

Donde λ es la velocidad de reversión a la media, μ es la media de largo plazo, σ es la volatilidad y W_t es un proceso de Weiner. La solución de la ecuación diferencial está dada por:

$$S_{i+1} = S_i e^{-\lambda\delta} + \mu(1 - e^{-\lambda\delta}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda\delta}}{2\lambda}} N_{0,1}$$

Donde, δ corresponde al cambio en tiempo discreto y $N_{0,1}$ es una variable aleatoria que distribuye normal con media 0 y varianza 1. Luego, los parámetros de la solución anterior se pueden estimar a partir de una regresión lineal:

$$S_{i+1} = aS_i + b + \epsilon$$

Donde:

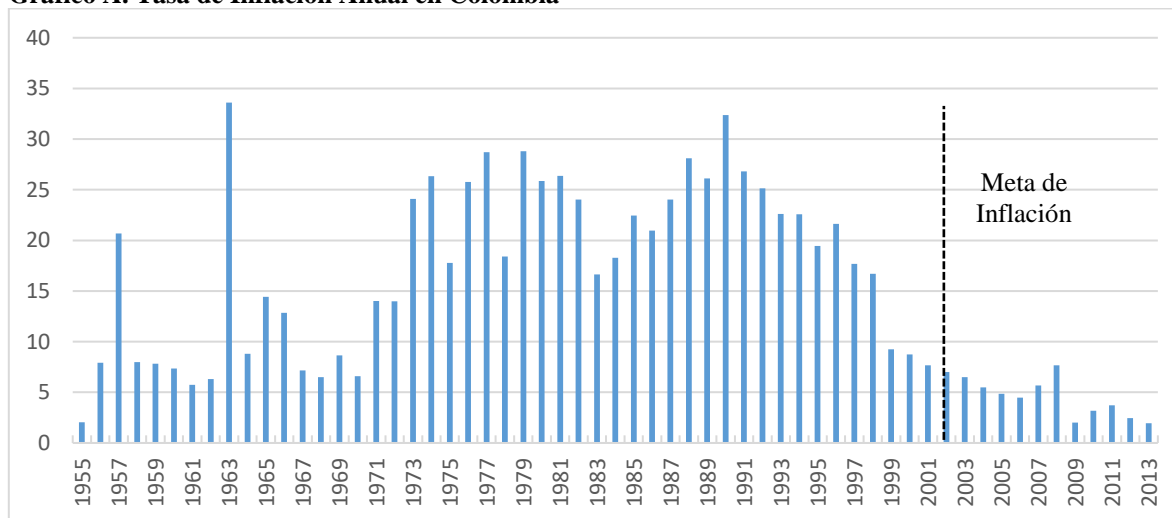
$$\begin{aligned} a &= e^{-\lambda\delta} & \lambda &= -\frac{\ln a}{\delta} \\ b &= \mu(1 - e^{-\lambda\delta}) & \mu &= \frac{b}{1 - a} \\ sd(\epsilon) &= \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda\delta}}{2\lambda}} & \sigma &= sd(\epsilon) \sqrt{\frac{-2 \ln a}{\delta(1 - a^2)}} \end{aligned}$$

Tal que $sd(\epsilon)$ es la desviación estándar del error.

Anexo 3. Modelo Para la Inflación.

Como se puede observar en el gráfico A, desde la oficialización del esquema de metas de inflación esta se ha movido en torno a 3% la mayor parte del tiempo.

Gráfico A. Tasa de Inflación Anual en Colombia



Fuente: Banco de la República

Se modeló la inflación anual (π_t) utilizando un proceso de Ornstein–Uhlenbeck. Este proceso estocástico permite asegurar la convergencia de la inflación a la meta del Banco Central ($\bar{\pi}$)¹⁵, tal que α_π representa la velocidad de convergencia a la meta y σ_π la volatilidad de la inflación.

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \alpha_\pi(\bar{\pi} - \pi_{t-1}) + \sigma_\pi \varepsilon_\pi$$

Donde ε_π es una variable aleatoria que distribuye normal con media 0 y varianza 1. Para calibrar la velocidad de reversión a la media se realiza una regresión lineal, donde se incluye una dummy (M) que separa el periodo antes y post oficialización de las metas de inflación:

$$\pi_t = a\pi_{t-1} + b + cM + Error$$

Source	SS	df	MS	Number of obs =	58
Model	2732.24919	2	1366.1246	F(2, 55) =	36.74
Residual	2045.36608	55	37.1884743	Prob > F =	0.0000
Total	4777.61528	57	83.8178119	R-squared =	0.5719
				Adj R-squared =	0.5563
				Root MSE =	6.0982

inflation	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
inflation L1.	.5676552	.1072492	5.29	0.000	.352723 .7825875
dummy	-6.101474	2.402351	-2.54	0.014	-10.91589 -1.287055
_cons	7.811144	2.108662	3.70	0.000	3.58529 12.037

Luego $\alpha_\pi = -\ln(0.5676552) = 0.57$. Este parámetro muestra una velocidad de convergencia media que parece razonable mirando la historia de Colombia.

¹⁵ El Banco Central de Colombia maneja la inflación utilizando una meta de 3% desde 2002

Anexo 4. Tablas de Resultados.

Tabla a. Resultados de μCAI y σCAI

	μCAI HOMBRES (Millones de Pesos en t = 2055)							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	115	110	137	185	251	351	560	1614
Opción 1	117	111	139	187	254	355	564	1625
Opción 2	118	112	140	188	256	357	569	1636
Opción 3	119	114	142	191	259	361	574	1651
Opción 4	119	114	142	190	259	361	574	1649
Opción 5	118	112	140	188	256	357	568	1633
Opción 6	120	114	142	191	259	362	575	1652
	μCAI MUJERES (Millones de Pesos en t = 2050)							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	74	85	95	123	159	224	365	990
Opción 1	75	86	97	124	161	227	369	998
Opción 2	76	87	97	125	162	229	372	1007
Opción 3	76	88	99	127	164	231	376	1017
Opción 4	76	88	99	127	164	231	376	1016
Opción 5	76	87	97	125	162	228	371	1004
Opción 6	77	89	99	127	165	232	377	1018
	σCAI HOMBRES (Millones de Pesos en t = 2055)							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	66	64	79	104	138	187	289	801
Opción 1	67	65	80	106	140	189	292	807
Opción 2	68	66	80	106	141	191	294	812
Opción 3	68	66	81	108	142	193	297	819
Opción 4	68	66	81	107	142	192	296	817
Opción 5	68	66	80	106	141	191	294	811
Opción 6	69	67	82	108	143	194	298	822
	σCAI MUJERES (Millones de Pesos en t = 2050)							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	38	45	50	63	81	112	176	461
Opción 1	39	45	50	64	82	113	178	464
Opción 2	39	45	50	64	82	114	179	467
Opción 3	39	46	51	65	83	115	181	472

Opción 4	39	46	51	65	83	115	180	471
Opción 5	39	45	51	64	82	114	179	467
Opción 6	40	46	51	65	84	116	182	474

Cálculos: URF

Tabla b. Resultados de μTIR y σTIR

	μTIR HOMRES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	6.77%	6.77%	6.77%	6.77%	6.77%	6.76%	6.76%	6.76%
Opción 1	6.83%	6.83%	6.82%	6.82%	6.82%	6.81%	6.81%	6.79%
Opción 2	6.87%	6.87%	6.86%	6.86%	6.86%	6.85%	6.84%	6.83%
Opción 3	6.92%	6.92%	6.92%	6.91%	6.91%	6.90%	6.89%	6.88%
Opción 4	6.92%	6.92%	6.92%	6.91%	6.91%	6.90%	6.89%	6.88%
Opción 5	6.86%	6.86%	6.86%	6.86%	6.85%	6.85%	6.84%	6.82%
Opción 6	6.93%	6.94%	6.93%	6.92%	6.92%	6.91%	6.90%	6.88%
	μTIR MUJERES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	6.83%	6.82%	6.83%	6.83%	6.84%	6.85%	6.86%	6.88%
Opción 1	6.90%	6.89%	6.90%	6.90%	6.90%	6.91%	6.92%	6.93%
Opción 2	6.95%	6.94%	6.95%	6.95%	6.96%	6.96%	6.97%	6.98%
Opción 3	7.01%	7.01%	7.01%	7.02%	7.02%	7.03%	7.04%	7.05%
Opción 4	7.02%	7.01%	7.02%	7.02%	7.02%	7.03%	7.03%	7.04%
Opción 5	6.94%	6.94%	6.94%	6.95%	6.95%	6.95%	6.96%	6.97%
Opción 6	7.03%	7.02%	7.03%	7.03%	7.03%	7.04%	7.04%	7.05%
	σTIR HOMRES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	2.33%	2.32%	2.34%	2.35%	2.37%	2.39%	2.43%	2.49%
Opción 1	2.33%	2.32%	2.34%	2.35%	2.37%	2.39%	2.43%	2.49%
Opción 2	2.32%	2.32%	2.34%	2.35%	2.37%	2.39%	2.43%	2.49%
Opción 3	2.32%	2.31%	2.34%	2.35%	2.36%	2.38%	2.42%	2.49%
Opción 4	2.32%	2.31%	2.34%	2.35%	2.36%	2.38%	2.42%	2.49%
Opción 5	2.33%	2.32%	2.34%	2.35%	2.37%	2.39%	2.43%	2.49%
Opción 6	2.33%	2.32%	2.35%	2.36%	2.37%	2.39%	2.43%	2.50%
	σTIR MUJERES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	2.47%	2.46%	2.47%	2.48%	2.48%	2.50%	2.53%	2.57%
Opción 1	2.47%	2.46%	2.47%	2.47%	2.48%	2.50%	2.53%	2.57%
Opción 2	2.46%	2.46%	2.47%	2.47%	2.48%	2.50%	2.52%	2.57%
Opción 3	2.46%	2.45%	2.46%	2.46%	2.47%	2.49%	2.52%	2.56%

Opción 4	2.46%	2.45%	2.46%	2.46%	2.47%	2.49%	2.52%	2.56%
Opción 5	2.47%	2.46%	2.48%	2.48%	2.48%	2.50%	2.53%	2.57%
Opción 6	2.47%	2.46%	2.48%	2.48%	2.48%	2.50%	2.53%	2.58%

Cálculos: URF

Tabla c. Resultados de CD

	CD HOMBRES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	1.735	1.708	1.742	1.767	1.814	1.873	1.934	2.015
Opción 1	1.737	1.711	1.744	1.770	1.816	1.874	1.935	2.015
Opción 2	1.739	1.713	1.746	1.771	1.817	1.875	1.935	2.015
Opción 3	1.740	1.714	1.747	1.772	1.817	1.875	1.935	2.015
Opción 4	1.741	1.716	1.748	1.774	1.819	1.877	1.938	2.018
Opción 5	1.735	1.709	1.742	1.768	1.814	1.872	1.933	2.013
Opción 6	1.733	1.708	1.741	1.766	1.811	1.869	1.930	2.010
	CD MUJERES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	1.931	1.911	1.921	1.942	1.966	2.004	2.072	2.147
Opción 1	1.938	1.918	1.928	1.949	1.972	2.010	2.078	2.152
Opción 2	1.941	1.921	1.931	1.952	1.975	2.012	2.079	2.153
Opción 3	1.942	1.923	1.933	1.953	1.977	2.014	2.081	2.155
Opción 4	1.945	1.925	1.936	1.956	1.980	2.017	2.084	2.159
Opción 5	1.937	1.917	1.928	1.948	1.971	2.009	2.077	2.151
Opción 6	1.935	1.915	1.926	1.946	1.969	2.007	2.074	2.148

Cálculos: URF

Tabla d. Resultados de RS

	RS HOMBRES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	2.909	2.919	2.890	2.878	2.858	2.832	2.786	2.713
Opción 1	2.934	2.945	2.914	2.901	2.880	2.853	2.805	2.727
Opción 2	2.954	2.966	2.934	2.920	2.899	2.871	2.821	2.742
Opción 3	2.982	2.994	2.961	2.947	2.925	2.897	2.846	2.766
Opción 4	2.983	2.995	2.962	2.948	2.925	2.897	2.846	2.765
Opción 5	2.947	2.958	2.926	2.912	2.891	2.864	2.814	2.735
Opción 6	2.975	2.986	2.953	2.939	2.917	2.889	2.838	2.757
	RS MUJERES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	2.766	2.768	2.760	2.760	2.754	2.740	2.715	2.674
Opción 1	2.797	2.800	2.790	2.789	2.784	2.767	2.740	2.695

Opción 2	2.821	2.825	2.815	2.814	2.808	2.791	2.762	2.716
Opción 3	2.857	2.861	2.851	2.849	2.843	2.825	2.796	2.749
Opción 4	2.857	2.861	2.851	2.849	2.843	2.825	2.796	2.748
Opción 5	2.812	2.816	2.805	2.804	2.798	2.781	2.752	2.706
Opción 6	2.845	2.849	2.838	2.837	2.831	2.813	2.783	2.735

Cálculos: URF

Tabla e. Resultados de *U*

	<i>U</i> HOMBRES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	0.0669	0.0669	0.0669	0.0669	0.0668	0.0668	0.0667	0.0666
Opción 1	0.0674	0.0675	0.0674	0.0674	0.0673	0.0673	0.0672	0.0670
Opción 2	0.0679	0.0679	0.0678	0.0678	0.0677	0.0677	0.0676	0.0674
Opción 3	0.0684	0.0684	0.0683	0.0683	0.0683	0.0682	0.0681	0.0679
Opción 4	0.0684	0.0684	0.0684	0.0683	0.0683	0.0682	0.0680	0.0678
Opción 5	0.0678	0.0678	0.0678	0.0677	0.0677	0.0676	0.0675	0.0673
Opción 6	0.0685	0.0685	0.0685	0.0684	0.0683	0.0683	0.0681	0.0679
	<i>U</i> MUJERES							
	1_3	4	5	6	7	8	9	10
Asignación por defecto	0.0674	0.0673	0.0674	0.0674	0.0675	0.0676	0.0677	0.0678
Opción 1	0.0681	0.0680	0.0681	0.0681	0.0681	0.0682	0.0683	0.0683
Opción 2	0.0686	0.0685	0.0686	0.0686	0.0686	0.0687	0.0688	0.0688
Opción 3	0.0692	0.0692	0.0692	0.0693	0.0693	0.0693	0.0694	0.0695
Opción 4	0.0693	0.0692	0.0692	0.0693	0.0693	0.0693	0.0694	0.0694
Opción 5	0.0685	0.0685	0.0685	0.0686	0.0686	0.0686	0.0686	0.0687
Opción 6	0.0694	0.0693	0.0694	0.0694	0.0694	0.0695	0.0695	0.0695

Cálculos: URF

Anexo 5. Impacto de implementar la opción 3 a los saldos actuales.

Con corte a octubre de 2017, el valor total de los fondos del sistema privado de pensiones ascendía a \$221.70 billones, de los cuales, \$183.20 billones conformaban el fondo moderado, \$17.52 billones el fondo conservador, y \$2.49 billones el fondo de mayor riesgo, mientras el de retiro programado lo conformaban \$18.49 billones. El gráfico A muestra los saldos actuales de recursos en el fondo moderado de acuerdo con la edad de sus afiliados y muestra que los recursos de los cotizantes que tienen hasta 45 años ascendían a \$119.65 billones. En caso de implementar la opción 3 sobre los saldos actuales, se debería trasladar el 60% de estos recursos, es decir, se requeriría trasladar \$71.79 billones de pesos hacia el fondo de mayor riesgo.

Gráfico A. Saldos del fondo Moderado por Edad de los Afiliados.

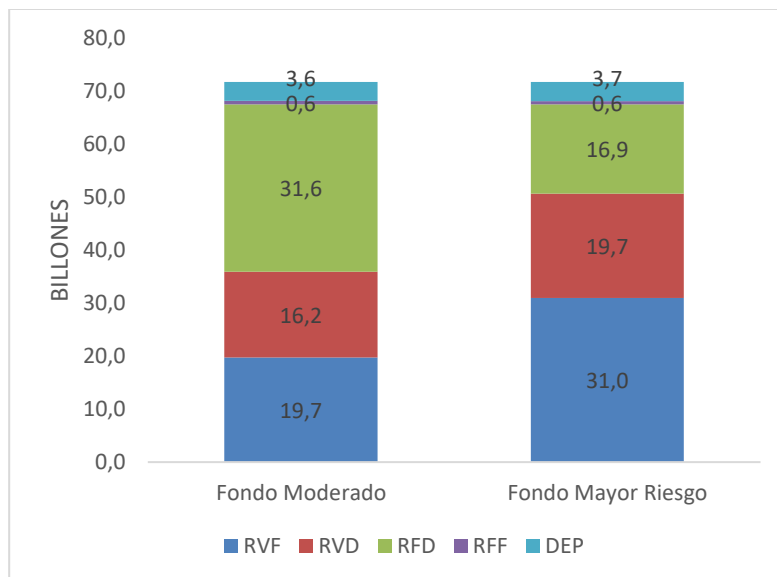


Fuentes: ASOFONDOS, SFC. Cálculos: URF

El gráfico B muestra la distribución que tendrían los \$71.79 billones de pesos entre el portafolio moderado y el de mayor riesgo, teniendo como base las participaciones definidas previamente por el comité de expertos. En este sentido, se disminuiría el valor del portafolio moderado en los siguientes montos: renta variable foránea en \$19.74 billones, renta variable doméstica en \$16.22 billones, renta fija doméstica en \$31.59 billones y otras inversiones en \$4.24 billones. Por lo tanto, el portafolio de mayor riesgo se incrementaría de la siguiente manera: renta variable foránea en \$31.01 billones, renta variable doméstica en \$19.67 billones, renta fija doméstica en \$16.87 billones y otras inversiones en \$4.24 billones.

Aplicar estos cambios en el valor invertido por tipo de activo implicaría que la exposición en inversiones de renta variable foránea y doméstica se incrementaría en \$11.27 y \$3.45 billones, respectivamente, y la posición en renta fija doméstica se disminuirá en \$14.72 billones.

Gráfico B. Impacto de trasladar los recursos actuales entre los fondos moderado y de mayor riesgo



Fuente: SFC. Cálculos: URF

Las anteriores cifras muestran que la implementación de la opción 3 sobre los saldos de recursos podría generar cambios significativos en el comportamiento del mercado de RF, en especial en el segmento de deuda pública, lo que podría comprometer los mecanismos de financiación que tiene el gobierno con la emisión de este tipo de instrumentos.